

# ЗАВИСИМОСТ НА РЕГИОНАЛНИЯ БВП ОТ ИВЕСТИЦИИТЕ: ЕМПИРИЧЕН АНАЛИЗ ЧРЕЗ КЛАСИЧЕСКА ПРОИЗВОДСТВЕНА ФУНКЦИЯ

Ива Райчева\*, Венелин Бошнаков\*\*

## Увод

Проблематиката на регионалното икономическо развитие не напуска фокуса на изследователския интерес както по света, така и в нашата страна поради нейната безспорна актуалност и значимост. В основата на този интерес стоят дългогодишни проблеми, свързани с дисбалансите в стопанската динамика, нивото на благосъстояние и жизненото равнище на българското население в различните териториални единици. Именно регионалното развитие е онзи процес, който би осигурил нужните условия за желаните благоприятни промени в социално-икономическата действителност на дадена територия – като "... последица от нови технологични решения и по-голяма трудова заетост, целяща увеличаване потреблението на стоки и услуги, както и социална и гражданска сигурност" (Петров, 2016). Във връзка с това, въпросите относно влиянието на инвестициите върху икономическото развитие на регионите в България през периода на пазарна трансформация на българската икономика не са изгубили своята актуалност и до днес, бидейки постоянно предмет на социално-икономическите анализи.

Във фокуса на настоящото изследване е взаимовръзката между нивото на икономическо развитие и интензивността на инвестиционния процес. Д. Конакчиев посочва, че инвестиционните ресурси – наред с равнището на специализация на производствата, благоприятното урбанистично агломерирание, степента на усвоеност на наличните природни ресурси, потенциала на трудовите ресурси и др. – са сред ключовите фактори на регионалната ефективност (Конакчиев, 2003, с. 152). Тя може пряко да се характеризира чрез растежа на регионалния БВП, съизмерен с този на инвестициите в частния и държавния сектор (Стоенчева, 2010, с.49). Като основен икономически резултат на макро (агрегатно) равнище, отразяващ икономическия растеж на даден регион, традиционно се посочва нарастването на БВП – за разли-

\* Ива Райчева, докторант, катедра "Статистика и иконометрия", УНСС, email: iva\_raycheva@abv.bg

\*\* Венелин Бошнаков е доктор, доцент в катедра "Статистика и иконометрия", УНСС, email: venelinb@unwe.bg

ка от т.нар. "обществен резултат", кореспондиращ с промяната в качеството на живота и устойчивия (екологосъобразен) модел на развитие (Докова, Петров, 2015).

Едва ли има съмнение във важността и ролята на инвестиционните процеси по отношение на икономическото развитие на районите в България – независимо дали става дума за частни инвестиции в стопански и други дейности, или в обществени проекти за инфраструктурно развитие. Недостигът на ключовите за развитието финансови ресурси поставя допълнителни изисквания към регионалната координация на механизмите на пазарната икономика (Стаменов, 2015, с.100). Едно емпирично изследване чрез приложение на подходящи статистически методи, използващи първични данни за избран вид регионални единици, може да осигури аналитична информация относно ключовата взаимозависимост между инвестициите и равнището на икономическо развитие на българските региони.

**Целта на разработката** е да представи избрани емпирични резултати, получени чрез статистическо изследване на регионалното ниво на икономическо развитие, осъществено с помощта на производствена функция. Изследването е основано на приложението на специфични статистически методи за анализ на зависимости при използване на панелни данни. Такива данни са съставени за административните области на Република България за периода 2000-2015 г., като са използвани за оценяване на различни модели на производствена функция. Основните задачи на изследването са фокусирани върху:

- изясняване на аналитичните възможности на производствената функция и основните спецификации на иконометрични модели, използвани за оценяване на нейни модификации;
- съставяне на информационен масив от панелни (или още "лонгитюдни") данни за Брутния вътрешен продукт, заетите лица и инвестициите по административни области в България за всяка година от периода 2000-2015 г.;
- оценяване на коефициентите на иконометричните модели, включени в обхвата на изследването;
- интерпретация на получените основни резултати.

Провеждането на емпирични анализи с помощта на производствена функция дава възможност на изследователите на регионалното развитие да измерят количествените ефекти от въздействието на избрани фактори – в случая, равнището на инвестициите – върху нивото на продукта (общо и средно на заето лице). Подобни резултати подпомагат анализа, формулирането и стимулирането на инвестиционния процес в регионите, като осигуряват измерители на очакваните промени в регионалното ниво на БВП в резултат на определено активизиране на инвестициите в регионите на страната.

## Основни методологични въпроси

### Производствена функция

Производствената функция определя ресурсната обезпеченост на дадена производствена система (микро, мезо или макро), произтичаща от двата основни производствени фактора – труда и капитала. Такива функции се дефинират като икономико-математически модели на зависимости на резултата от производствената дейност ( $Y$ ) от негови обосновани детерминанти, определяни като "производствени фактори" ( $X_1, X_2, \dots, X_k$ ). Традиционно производствената функция има следната нелинейна (мултипликативна) форма:

$$Y = cX_1^{E_1} \dots X_k^{E_k}$$

Коефициентът на степенуване на даден производствен фактор измерва неговия относителен пределен продукт, известен като "коефициент на еластичност" (Миркович, 2003):

$$E_j = \frac{\partial Y / Y}{\partial X_j / X_j} \quad j = 1, \dots, k$$

Класическата мултипликативна производствена функция с два основни производствени фактора – труд ( $L$ ) и капитал ( $K$ ) – е известна като "производствена функция на Кооб-Дъглас" (Величкова, 1981):

$$Y = cK^{E_K}L^{E_L}$$

Всеки коефициент на еластичност измерва процентната промяна на продукта ( $\Delta Y\%$ ) при увеличение на съответния фактор с 1%. Поради това сумата на коефициентите определя **типа възвръщаемост от мащаба**: при  $E_K + E_L = 1$  е налице функция с постоянна възвръщаемост от мащаба (constant returns to scale); ако сумата от коефициентите е над (под) единица налице е функция с нарастваща (намаляваща) възвръщаемост от мащаба. Производствената функция с постоянна възвръщаемост от мащаба е известна още като "хомогенна". Тя може да се представи във версия с интензивни променливи за производителност и фондовъоръженост на труда, чрез делене на двете страни на уравнението с размера на вложения труд.

$$Y = cK^{E_K}L^{E_L} \rightarrow \frac{Y}{L} = c \frac{K^{E_K}L^{1-E_K}}{L} \rightarrow \frac{Y}{L} = cK^{E_K}L^{1-E_K-1} \rightarrow$$

$$\frac{Y}{L} = cK^E L^{-E} \rightarrow \frac{Y}{L} = c \frac{K^E}{L^E} = c \left(\frac{K}{L}\right)^E \rightarrow y = ck^E$$

Последното уравнение е преобразуваната производствена функция, в която участват интензивните променливи за производителността на труда ( $y=Y/L$ ) и за фондовъоръжеността на труда ( $k=K/L$ ).

### *Иконометричен модел*

Първоначално регионалната производствена функция ще разгледаме във варианта на еднофакторен нелинеен регресионен модел от вида:

$$\frac{Y_{it}}{L_{it}} = e^{\gamma_0} \left(\frac{K_{it}}{L_{it}}\right)^{\gamma_1} e^{\varepsilon_{it}} \rightarrow y_{it} = e^{\gamma_0} (k_{it})^{\gamma_1} e^{\varepsilon_{it}}$$

Той се линеаризира чрез двойно-логаритмична трансформация, след което добива вида:

$$\ln(y_{it}) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(k_{it}) + \varepsilon_{it}$$

където  $y_{it} = \frac{Y_{it}}{L_{it}}$ ,  $k_{it} = \frac{K_{it}}{L_{it}}$ , а  $\varepsilon_{it}$  е остатъчен компонент на модела.

За всяка променлива се осигуряват данни за всяка регионална единица ( $i=1, \dots, N$ ) и за всяка година от даден изследван период ( $t=1, \dots, T$ ). Този подход осигурява възможност за измерване на ключова величина като коефициента на еластичност на регионалния продукт (на заето лице) спрямо регионално инвестиция капитал (на заето лице). Настоящото изследване е осъществено, като се оценяват параметрите на т.нар. "модел с фиксирани ефекти" (fixed effects model) при работа с панелни данни. Извършена е и проверка относно наличието на основание да се оценяват параметрите на т.нар. "модел със случайни ефекти" (random effects model) като алтернатива на модела с фиксирани ефекти (Wooldridge, 2010).

### *Информационно осигуряване*

Основният ресурс в икономическия модел е капиталът, поради което основната детерминанта на производствената функция е размерът на регионалните инвестиции, измерена чрез показателя "Разходи за придобиване на дълготрайни материални активи" (средно на заето лице в областта). Предвижда се моделите на регионална производствена функция да се оценяват по годишни данни за всяка област, за периода от 2000 г. до 2015 г., което

формира информационна структура от тип "панелни данни". Като зависима променлива ( $Y$ ), в рамките на настоящото изследване, е използван областният брутен вътрешен продукт. Данните за годишния областен БВП, разходите за придобиване на ДМА по области и броят на заетите в 28-те области за периода 2000-2015 г. са осигурени от уебсайта на Националния статистически институт (НСИ).

## Основни резултати за оценените иконометрични модели

За да се отчете панелният характер на данните, се създават и включват в модела групи от т. нар. "дъми" (фиктивни) променливи – по една група за времето и за областите. Тези променливи имат ключова роля за анализа на зависимостта чрез модел с фиксирани ефекти, като спомагат за изолиране на два типа константи: по една "фиксирана" за всяка област, която не зависи от времето; по една "фиксирана" за всяка година, която не зависи от областта. Дъми-променливите са вид бинарни променливи, които приемат стойност "1", ако е изпълнено дадено условие при отделно измерване от вида "година-област" на дадена променлива:

- дъми-променливата  $DT$  ще приема стойност "1", ако съответното измерване е датирано към година "t", независимо за коя област е направено; за всички останали години тази променлива има стойност "0";
- дъми-променливата  $DR$  ще приема стойност "1", ако дадено измерване кореспондира с област "i" независимо към коя година; за всички останали случаи тази променлива има стойност "0".

Оценяването на вариант на модел с "фиксирани" ефекти изисква използването на дъми-променливите, за разлика от варианта на модел със "случайни" ефекти.

### 1.1. Еднофакторен модел с "фиксирани ефекти"

В този модел се включват дъми-променливите, които представят както **областите**, така и годините от **периода** 2000-2015 г. По този начин се оценява пълен (завършен) модел от типа "fixed effects" въз основа на панелните данни. Той има вида:

$$\ln(y_{it}) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(k_{it}) + \sum_{r=2}^{28} \delta_r DR[r]_{it} + \sum_{s=2}^{16} \lambda_s DT[s]_{it} + \varepsilon_{it}$$

където коефициентите "делта" измерват фиксираните ефекти за областите (без  $r=1$  за първата, избрана за референтна единица), а коефициентите "лямбда" измерват фиксираните ефекти за годините (без  $s=1$  за 2000 година,

избрана за референтна). В таблица 1 са представени резултатите от модела, получени чрез специализиран иконометричен софтуер (Gretl).

**Таблица 1.** Резултатите от еднофакторния модел с фиксирани ефекти

Променливи	Коефициенти на регресия		Тест на Стюдънт	Равн.на значимост
	B	SE(B)		
Свободен член $\gamma_0$	9.67	0.159	60.67	0.000
$\ln(k_{i,t})$	0.055	0.022	2.514	0.012
Зависима променлива: $\ln(\text{GDPpe}_{i,t})$ – натурален логаритъм на обл. БВП на 1 зает N.T=448 LSDV R-squared=0.823 LSDV F(43, 404)=43.7 P-value(F)=0.000				
Диагностика на панелните компоненти:				
1) Тест на Фишер за съвместна значимост на регионалните ефекти: $H_0: \delta_r = \text{const} = 0$ F(27, 404) = 24.04 p-value=0.000				
2) Тест на Валд за съвместна значимост на годишните ефекти: $H_0: \lambda_s = \text{const} = 0$ Chi-square(15) = 525.7 p-value=0.000				

Коефициентът на детерминация в размер на 82,3% показва висока обяснителна способност на модела (табл.1). Тестът относно параметрите за дъми-променливите за регионалните единици показва, че нулевата хипотеза за незначимост на параметрите  $\delta_r$  може да се отхвърли при 5% риск за грешка (тъй като равнището на значимост е число, много по-малко от  $\alpha = 0,05$ ). Аналогичен резултат е получен и за теста относно параметрите за дъми-променливите за годините – той също показва, че нулевата хипотеза за незначимост на параметрите  $\lambda_s$  може да се отхвърли при 5% риск за грешка. Това означава, че включването и на двете групи дъми-променливи в модела има статистически значим ефект на повишаване на неговата обяснителна способност.

Тестовите на Стюдънт относно параметрите  $\gamma_0$  и  $\gamma_1$  дават основание да приемем, че регресионните коефициенти на уравнението са статистически значими (поради факта, че равнищата им на значимост са по-малки от  $\alpha = 0,05$ ). Като резултат от така изведените оценки линеаризираната форма на модела ще има вида (без дъми-променливите):

$$\ln(y_{it}) = 9,67 + 0,055\ln(k_{it}) + \dots + \varepsilon_{it}$$

Като имаме предвид характера на коефициента на регресия, а именно коефициент на еластичност – може да се направи следния извод относно закономерността през периода 2000-2015 г.: на 1% по-високо ниво на годишните областни инвестиции, представени чрез променливата "Разходи за придобиване на ДМА на един зает в областите", се установява 0,055%

по-високо ниво на БВП на един зает, средно за област. Този извод е валиден при елиминиране на:

- различията между областите, дължащи се на влиянието на невключените в модела фактори;
- както и на
- промените в средното равнище на БВП на 1 зает, осъществили се под влияние на трендови фактори през изследвания период.

## 1.2. Еднофакторен модел със "случайни ефекти"

Панелните данни са анализирани и чрез модела на "случайните ефекти". Това е модел, при който оценяването е основано на допускането, че фиксираните ефекти са независими от стойностите на факторите и не корелират с тях. При този модел тези ефекти не се оценяват в явен вид (чрез параметри за дъми-променливи), а са част от случайната променлива:

$$\ln(y_{it}) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(k_{it}) + \sum_{s=2}^{16} \lambda_s DT[s]_{it} + \dots (\delta_i + \varepsilon_{it})$$

Таблица 2. Резултати от еднофакторния модел със случайни ефекти

Променливи	Коефициенти на регресия		Тест на Стюдънт	Равн.на значимост
	B	SE(B)		
Свободен член $\gamma_0$	9.358	0.155	60.42	0.000
$\ln(k[i,t])$	0.098	0.021	4.68	0.000
Зависима променлива: $\ln(\text{GDPpe}[i,t])$ N.T=448 R-squared=0.419				
Диагностика на панелните компоненти:				
1) Тест на Валд за съвместна значимост на годишните ефекти: $H_0: \lambda_s = \text{const} = 0$ Chi-square(15) = 506.1 p-value=0.000				
2) Тест на Бройш-Паган за идентичност (нулева вариация) на случайните ефекти: $H_0: \text{Var}(\delta_i) = 0$ Chi-square(1) = 740.7 p-value=0.000				
3) Тест на Хаусман за състоятелност на оценките, получени по обобщения МНМК – $H_0$ : GLS-оценките са състоятелни. Chi-square(16) = 30.3 p-value=0.017				

Таблица 2 показва, че тестовете на Стюдънт, относно двата регресионни коефициента, дават основание да приемем, че те са статистически значими ( $\text{Sig}(t) < 0,05$ ). Същевременно, при извършената промяна в конструкцията на модела за анализ при панелни данни, се наблюдава драстична промяна в измерената оценка на параметъра пред променливата за инвестициите – тя е почти два

пъти по-голяма. Това налага провеждане на тест на Хаусман, който позволява да се прецени дали моделът със случайни ефекти е по-подходящият.

Оценките на параметрите на модела със "случайни ефекти" се получават по версия на "обобщен МНМК" (generalized least squares – GLS). Нулевата хипотеза на теста на Хаусман гласи, че оценките по ОМНМК са състоятелни – в този случай за предпочитане е моделът на случайните ефекти. Алтернативната хипотеза допуска, че тези оценки не са състоятелни – при значително нарастване на обема на извадката получената количествена оценка (в случая 0,098) не се приближава до действителната стойност на параметъра  $\gamma_1$ . Състоятелни оценки в този случай се получават по модела на фиксираните ефекти. Равнището на значимост на теста на Хаусман е 0,017. Тъй като то е по-малко от обичайния риск за грешка (0,05), то при 5% риск имаме основание да отхвърлим нулевата хипотеза. Въз основа на този резултат анализът следва да продължи чрез модела на фиксираните ефекти.

### ***1.3. Диагностика на модела с "фиксиранни ефекти"***

Диагностиката на остатъците от оценения модел с фиксирани ефекти показва, че са налице редица нарушения на изискванията за проверки на хипотези въз основа на резултатите от този модел. Например, приложението на теста на Жарк-Бера за нормално разпределение на остатъците показва, че тестовата характеристика  $\text{Chi-square}(2)=19,3$  е значително по-висока от критичната стойност (в размер на 5,99). Това показва, че нулевата хипотеза за нормално разпределение на остатъчния компонент следва да се отхвърли, т.е. разпределението на остатъците на модела с "фиксиранни ефекти" се различава съществено от нормалното. Тестът на Валд за междугрупова хомоскедастичност също дава основание за категорично отхвърляне на нулевата хипотеза в полза на алтернативната ( $p\text{-value}=0,000\dots$ ) – тя гласи, че остатъчният компонент е хетероскедастичен. Тестовата характеристика на Дърбин-Уотсън има твърде малка стойност ( $d=0,508$ ), което е сигнал за положителна автокорелираност на остатъците.

### ***1.4. Модел на производствена функция с "разпределен лаг"***

Една възможност за подобряване на качествата на модела е включването на лагови променливи на фактора. В случая се издига хипотезата, че инвестиционният процес може да прояви своя ефект с известно закъснение (поне няколко години), тъй като създаването на производствена инфраструктура в редица отрасли отнема сравнително повече време. Така ефектът на факторната променлива се "разпределя" между текущия и миналите периоди,



като се измерва чрез група от коефициенти пред лаговите променливи. За измерване на такива лагови ефекти с хоризонт на закъснение до 3 години е необходима следната модификация на регресионното уравнение:

$$\ln(y_{it}) = \gamma_0 + \varphi_0 \ln(k_{it}) + \varphi_1 \ln(k_{it-1}) + \varphi_2 \ln(k_{it-2}) + \varphi_3 \ln(k_{it-3}) + \dots + \varepsilon_{it}$$

Таблица 3. Резултатите от модела с фиксирани ефекти при "разпределен лаг"

Променливи	Коефициенти на регресия		Тест на Стюдънт	Равн. на значимост
	B	SE(B)		
Свободен член $\gamma$	8.65	0.594	14.57	0.000
$\ln(k_{i,t})$	0.055	0.031	1.795	0.084
$\ln(k_{i,t-1})$	0.052	0.024	2.211	0.036
$\ln(k_{i,t-2})$	0.031	0.017	1.824	0.079
$\ln(k_{i,t-3})$	0.002	0.026	0.089	0.930

Забележка: Детайлните характеристики по тази модификация са пропуснати поради липса на съществена разлика от базовия модел (табл.1).

В таблица 3 са представени резултатите от спецификацията на производствена функция с "разпределен лаг". Проверките на хипотези относно включването на двете групи дъми-променливи дава резултати, аналогични на тези за базовия модел (табл.1), което показва, че включването им в модела има статистически значим ефект на повишаване на неговата обяснителна способност. Тестовите на Стюдънт относно параметрите  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  показват интересни резултати – статистически значим при 5% риск за грешка се оказва параметърът пред променливата за инвестициите с лаг 1 години (равнище на значимост  $0,036 < 0,05$ ). Неговата оценка  $\hat{\varphi}_1 = 0,052$  се съизмерва като величина с тази на текущите инвестиции  $\hat{\varphi}_0 = 0,055$  (а именно променливата с лаг "0"). Същевременно текущият ефект се установява като статистически значим не при 5%, а при 10% риск за грешка (равнище на значимост  $0,084 < 0,10$ ). Подобен е и резултатът при променливата с лаг 2 години. Ефектът на закъснение не се наблюдава като статистически значим при лаг от 3 години ( $0,93 > 0,10$ ). В резултат на така получените оценки лаговият модел ще има вида:

$$\ln(y_{it}) = 8,65 + 0,055\ln(k_{it}) + 0,052\ln(k_{it-1}) + 0,031\ln(k_{it-2}) + 0,002\ln(k_{it-3}) + \dots$$

Резултатите показват, че освен незабавния ефект на придобитите ДМА през текущата година ( $\varphi_0$ ), нивото на областния БВП на заето лице се

повлиява на практика в същата степен от придобитите ДМА през предходната година ( $\varphi_1$ ). Закономерен ефект се установява и при инвестициите, направени преди 2 години; това обаче не се наблюдава вече при лаг от 3 години. Както вече посочихме по-горе, тези изводи са валидни "при равни други условия", т.е. при елиминирано влияние на систематичния тренд и необхванатите фактори, формиращи съществени различия между областите по нивото им на икономическо развитие. В диагностиката на остатъчния компонент обаче не настъпват съществени положителни промени.

### 1.5. Динамичен модел с "фиксиранни ефекти"

Друга възможност за подобряване на диагностиката на остатъчния компонент е включването в модела не на лагове на независимата, а на зависимата променлива. Тази спецификация често се определя като "динамичен модел" и има следната форма (с пропуснат запис на дъми-променливите):

$$\ln(y_{it}) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(k_{it}) + \gamma_2 \ln(y_{it-1}) + \dots + \varepsilon_{it}$$

Таблица 4 съдържа резултатите от оценяването на този модел. Очакваните подобрения в диагностиката на остатъка не се осъществяват и в този случай, освен получаването на ясно изразена симетрична крива на разпределението на  $\varepsilon_{it}$ . Това дава достатъчно основание да се приеме, че разпределението на променливата на остатъка е приемливо близко до нормалното. Поради установяването на хетероскедастичност на остатъчните компоненти стандартните грешки са преизчислени като робустни (устойчиви на хетероскедастичност). Оценената форма изглежда така:

$$\ln(y_{it}) = 2,553 + 0,058 \ln(k_{it}) + 0,692 \ln(y_{it-1}) + \dots + \varepsilon_{it}$$

Таблица 4. Резултати от динамичен модел с фиксирани ефекти

Променливи	Коефициенти на регресия		Тест на Стюдънт	Равн.на значимост
	B	SE(B)		
Свободен член $\gamma_0$	2.553	0.482	5.29	0.000
$\ln(K1[i,t])$	0.058	0.020	2.85	0.008
$\ln(\text{GDPpe}[i,t-1])$	0.692	0.045	15.31	0.000
Зависима променлива: $\ln(\text{GDPpe}[i,t])$ N.T=420 R-squared=0.912				
Диагностика на панелните компоненти:				
1) Робустен F-тест (Welch) за съвместна значимост на регионалните ефекти: $H_0: \delta_r = \text{const} = 0$ F(27, 140.2) = 1.550 p-value=0.054				
2) Тест на Валд за съвместна значимост на годишните ефекти: $H_0: \lambda_s = \text{const} = 0$ Chi-sq.(14) = 1466.3 p-value=0.000				

Включването на лаговата зависима променлива допринася за известно покачване на обяснителната способност на модела – коефициентът на детерминация е вече 0,912 (или 91,2%). Параметърът пред тази променлива се оказва статистически значим при пренебрежимо нисък риск за грешка. Неговата стойност показва силна инерция в промяната на регионалния БВП на заето лице – тя се характеризира чрез измереното близо 0,7% по-високо ниво през дадена година (при равни други условия, т.е. при фиксирано ниво на инвестициите), кореспондиращо на 1% по-високо ниво през предходната година. Същевременно еластичността на БВП спрямо текущите инвестиции в областите остава сравнително ниска. При условие, че са отчетени (1) инерционния ефект, измерен при лаговата зависима променлива  $\ln(y_{it-1})$ , и (2) общата времева тенденция, отразена чрез включената група дъми-променливи за годините от периода, то покачването на годишните инвестиционни разходи в областите с 1% е свързано с повишение на БВП на заето лице с 0,058% средно за област през изследвания период.

## Заклучение

Изследването представя резултати, получени чрез оценяване на регионална производствена функция по данни за областите в Република България. Изследваният период обхваща годините 2000-2015 г. Тук фокусът пада върху пределния ефект на регионалните инвестиции – те са включени в анализа чрез променливата "Разходи за придобиване на материални дълготрайни активи" в областите. Както БВП, така и инвестиционният поток са преобразувани в техните интензивни показатели – производителност на труда (измерена като областен БВП средно на един зает) и фондовъоръженост на труда (измерена като областни инвестиции средно на един зает). Ефектът на инвестициите е оценен чрез коефициента на еластичност, който обаче получава много ниска стойност (под една десета от 1%). Въпреки това, параметърът на променливата за инвестициите е статистически значим, което показва закономерно влияние на разходите за придобиване на ДМА върху БВП средно на един зает, при отчитане на значителните различия между областите, както и на установената тенденция през изследвания период. Много по-силен се оказва ефектът на инерционност на динамиката на БВП, която се дължи на съвкупното влияние на комплекс от невключени в модела фактори. Това изисква разширяване на анализа чрез производствена функция, като бъдат установени основните от тези фактори, осигурени измервания за техните променливи и оценено поотделно тяхното влияние през изследвания период.

*Референци:*

Величкова, Н. (1981), Статистически методи за изучаване и прогнозиране развитието на социално-икономически явления., "Наука и изкуство", С., (с. 321-331).

(Velichkova, N. (1981), Statisticheski metodi za izuchavane i prognozirane razvitiето na sotsialno-ikonomicheski yavlenia., "Nauka i izkustvo", S., (s. 321-331))

Докова, С., К. Петров (2015), Геоикономика и регионално развитие., ИК на УНСС, С.|

(Dokova, S., K. Petrov (2015), Geoikonomika i regionalno razvitie., IK na UNSS, S.)

Конакчиев, Д. (2003), Обща теория на регионалната икономика – основи, анализ. Кн. 1, Унив. изд. на ВСУ "Ч. Храбър", Варна.

(Konakchiev, D. (2003), Obshta teoria na regionalnata ikonomika –osnovi, analiz., Кн. 1, Univ. izd. na VSU "Ch. Hrabar", Varna)

Миркович, К. (2003), Микроикономика. Изд. "Тракия-М", С. (Глава 7 "Производствени фактори и производствена функция")

(Mirkovich, K. (2003), Mikroikonomika, Izd. "Trakia-M", S. (Glava 7 "Proizvodstveni faktori i proizvodstvena funktsia")

Петров, К. (2016), "Подходи към пространственото развитие и регионализирането на територията на България", сп. "Геополитика", бр.5, (<https://geopolitica.eu/2016>).

(Petrov, K. (2016), "Podhodi kam prostranstvenoto razvitie i regionaliziraneto na teritoriata na Bulgaria", sp. "Geopolitika", br. 5, (<https://geopolitica.eu/2016>))

Стаменов, Б. (2015), "Регионално икономическо развитие и финансова децентрализация на общините в Република България", Научни трудове на МВБУ, Ботевград, т.7, с.93-122.

(Stamenov, B. (2015), "Regionalno ikonomicheskо razvitie i finansova detsentralizatsia na obshtinite v Republika Bulgaria", Nauchni trudove na MVBU, Botevgrad, t.7, s. 93-122)

Стоенчева, Цв. (2010), "Регионална ефективност – особености и възможности за нарастване", сп. "Икономически алтернативи", бр. 3, с. 45-52.

(Stoenecheva, Cv. (2010), "Regionalna efektivnost – osobenosti I vazmozhnosti za narastvane", sp. Ikonomicheski alternativi", br. 3, s. 42-52)

Wooldridge, J. (2010), *Econometric Analysis of Cross-sectional and Panel Data*. 2nd edn. Boston, MA: The MIT Press.

---

## **ЗАВИСИМОСТ НА РЕГИОНАЛНИЯ БВП ОТ ИНВЕСТИЦИИТЕ: ЕМПИРИЧЕН АНАЛИЗ ЧРЕЗ КЛАСИЧЕСКА ПРОИЗВОДСТВЕНА ФУНКЦИЯ**

Ива Райчева, Венелин Бошнаков

### **Резюме**

Статията представя избрани резултати от проведен емпиричен анализ на зависимостта на областните равнища на Брутният вътрешен продукт (БВП) от областните нива на инвестициите. За оценяване на модели на зависимостта на регионалния БВП е използвана класическа производствена функция, трансформирана в двойно-логаритмичен регресионен модел. Използвани са годишни данни за периода 2000-2015 г. относно заетостта, БВП и инвестициите, измерени чрез разходите за придобиване на дълготрайни материални активи по области (ниво NUTS-3).

**Ключови думи:** производствена функция, инвестиции, регионално развитие, България.

**JEL:** C23, R11.

## **REGIONAL GDP – INVESTMENT NEXUS: EMPIRICAL ANALYSIS THROUGH CLASSICAL PRODUCTION FUNCTION**

Iva Raycheva\*, Venelin Boshnakov\*\*

### **Abstract**

The paper presents selected results from empirical analysis of the interrelation between the regional levels of investment and GDP. Classical models of production functions are estimated after their double-log transformation into linear regression equations. Annual data for the years 2000-2015 measured at NUTS-3 regional level is utilized in respect of the district employment, GDP, and the regional investment measured by the expenditures on fixed assets acquisition.

**Key words:** production function, investments, regional development, Bulgaria.

**JEL:** C23, R11.

---

\* Iva Raycheva, PhD student, Department of Statistics and Econometrics, UNWE – Sofia, email: iva\_raycheva@abv.bg.

\*\* Venelin Boshnakov, PhD, Associate Professor, Department of Statistics and Econometrics, UNWE – Sofia, email: venelinb@unwe.bg.